Über schallgesch... im röhren ...

Josef Müller

Über

…hallgeschwindigkeit in Röhren.

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde
bei der hohen philosophischen Fakultät
der Rhein. Friedrich-Wilhelms-Universität
zu Bonn

vorgelegt am 31. Januar 1903

von

Josef Müller
aus Köln.

Opponenten:
Dr. phil. Karl Langenbach aus Bonn.
cand. phil. Joachim Graff aus Köln.
cand. phil. Paul Nordmeyer aus Moers.



Bonn,
Carl Georgi, Universitäts-Buchdruckerei.
1903.

Meinen lieben Eltern

gewidmet.



I. Einleitung.

Im Jahre 1899 erschien eine Arbeit von Rudolf Koenig „Ueber die höchsten hörbaren und unhörbaren Töne von $C_5 = 4096$ Schwingungen bis über f_9 zu 90000 Schwingungen, nebst Bemerkungen über die Stosstöne ihrer Intervalle und die durch sie erzeugten Kundtschen Staubfiguren“[1]. In dieser Arbeit beschreibt der Verfasser Versuche, die er mit seinen selbstgefertigten hohen Stimmgabeln anstellte, um sie auf ihre Schwingungszahl zu prüfen. Er findet, dass diese sich durch Stosstöne bestimmen lässt, wenn der Ton nicht höher ist als etwa f_7 (21845 Schwingungen); darüber hinaus ist diese Methode nicht mehr brauchbar. Koenig erzeugt deshalb mit seinen Gabeln die Kundtschen Staubfiguren, um aus der Wellenlänge λ die Schwingungszahl n zu berechnen mittelst der Gleichung

$$n = \frac{v}{\lambda},$$

wo v die Schallgeschwindigkeit bedeutet und als bekannt angesehen wird. Er nimmt keine Rücksicht auf den Umstand, dass in Röhren, besonders in engen, eine merkliche Verzögerung der Schallgeschwindigkeit

1) R. Koenig, Wied. Ann. 69. S. 626 und S. 721. 1899.

eintritt. Nach der von Helmholtz[1]) und Kirchhoff[2]) aufgestellten Theorie nimmt diese Verzögerung bei sehr hohen Tönen einen so kleinen Wert an, dass man ihn vernachlässigen darf. Aber abgesehen davon, dass Koenig diesen Wert auch schon bei verhältnismässig kleinen Schwingungszahlen (4000) vernachlässigt, was gewiss unzulässig ist, hat bisher niemand die Theorie geprüft, wenn es sich um hohe Töne handelt.

Koenig fand, dass eine Stimmgabel nicht in jeder beliebigen Röhre gute Staubfiguren hervorrief, dass vielmehr zu jeder Schwingungszahl ein bestimmter Röhrendurchmesser gehört, wenn die Figuren gut ausfallen sollen. Endlich zog er aus seinen Versuchen den Schluss, dass die Wellenlänge, also auch die Schallgeschwindigkeit, von der Intensität abhängig ist, wenn die Röhrenweite nicht passend gewählt wird; gleichzeitig erschienen bei zu weiten oder zu engen Röhren die Staubfiguren verzerrt.

Es fragt sich nun vor allem:

1. ist die Kirchhoffsche Formel allgemein gültig,
2. woher kommt die Verzerrung der Staubfiguren, und
3. wie verhält es sich mit dem Einfluss der Intensität?

Auf Anregung des Herrn Prof. Kayser nahm ich mir vor, einen Beitrag zur Lösung dieser Fragen zu geben, und das ist in der vorliegenden Arbeit geschehen. Die beiden ersten Fragen glaube ich jetzt

---

1) H. Helmholtz, Wissenschaftliche Abhandlungen I. S. 383.

2) G. R. Kirchhoff, Pogg. Ann. 134. S. 177. 1868.

beantworten zu können, nicht aber die dritte; ich habe zwar auch einige Versuche in dieser Richtung angestellt, aber ich halte den von mir benutzten Apparat für ungeeignet, um genaue Untersuchungen über den Einfluss der Intensität auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu machen. Auf einem anderen Wege wird man hier eher zum Ziel gelangen.

II. Apparat und Versuchsanordnung.

Mein Apparat hatte im wesentlichen dieselbe Einrichtung wie der, den Kayser benutzt hat für die „Bestimmung des Verhältnisses der spezifischen Wärmen für Luft bei konstantem Druck und konstantem Volumen durch Schallgeschwindigkeit“ [1]). Das Prinzip ist folgendes. Ein transversal schwingender Stahlstab erzeugt in einer Röhre, die trockene Luft enthält, die Kundtschen Staubfiguren. Deren Länge sowie die Schwingungszahl des Stabes werden direkt bestimmt, und daraus wird die Schallgeschwindigkeit berechnet.

Der Stab wird von einem Gestell getragen, das am Tisch befestigt werden kann. Es besteht aus einem Brett und einem Holzklotz, der auf dem Brett verschiebbar ist und mit Hülfe einer Schraube an demselben festgeklemmt werden kann. Brett und Holzklotz sind je mit einem Paar Messingpfosten versehen, die an der Spitze von einer Schraube durchbohrt werden, so dass man den Stahlstab zwischen den vier Spitzen der Schrauben, von denen sich je zwei gegenüberstehen, einklemmen kann; der Stab hat auf den beiden schmalen Längsseiten eine Rinne,

---

1) H. Kayser, Wied. Ann. 2. S. 218. 1877.

in welche die Schraubenspitzen eingreifen. Er ist ungefähr 20 cm lang, 3 cm breit und 0,5 cm dick.

Dadurch dass der Holzklotz verschiebbar ist, kann man ganz beliebige Paare von Knotenstellen des Stabes festklemmen. Der Stab wird zum Tönen gebracht, indem man das eine Ende, das über das Brett herausragen muss, mit einem Kontrabassbogen streicht. Das andere Ende trägt eine Feder aus gehämmertem Messingblech zum Aufschreiben der Schwingungen und einen kleinen runden Kork, der vor der Oeffnung der Kundtschen Röhre liegt. Diese Röhre wurde bei tieferen Tönen (bis zu 2500 Schwingungen) mit einer Kautschukmembran verschlossen, die sich gegen den Kork legte; denn es zeigte sich, dass dann die Figuren am leichtesten entstanden. Bei höheren Tönen verhinderte jedoch die Membran das Entstehen der Figuren, wahrscheinlich weil sie nicht stark genug gespannt war und daher die schnellen Schwingungen nicht mitmachen konnte; der Kork schwang also dann in die offene Röhre hinein.

Um in der Röhre Luft zu haben, die von Feuchtigkeit und Kohlensäure frei war, wurde die Zimmerluft durch eine Flasche mit konzentrierter Kalilauge, dann durch eine zweite mit konzentrierter Schwefelsäure und endlich noch durch eine Röhre geleitet, die mit Phosphorsäureanhydrid gefüllt war. Diese Röhre stand mit der Versuchsröhre in Verbindung, die ihrerseits mit einer Wasserstrahlluftpumpe verbunden war; die Luft wurde also durch den Trockenapparat hindurch in die Versuchsröhre hinein gesaugt.

Gewöhnlich wurden mit einer Röhre sechs Versuche hintereinander angestellt. Nachdem die Röhre vorher gründlich gereinigt war, wurde eine halbe

Stunde lang trockene Luft durchgesaugt, alsdann wurde der Staub (Semen Lycopodii) hineingebracht und das Durchsaugen eine weitere halbe Stunde lang fortgesetzt. Darauf kam der erste Versuch. Beide Enden der Röhre wurden sogleich verschlossen und die Staubfiguren gemessen. Nach der Messung wurde der Staub wieder zusammengeklopft und die Röhre aufs neue mit dem Trockenapparat verbunden, jetzt und für die vier letzten Versuche jedesmal nur während 15 Minuten. Diese Vorsichtsmassregel war vielleicht überflüssig; denn die feuchte Zimmerluft diffundiert nicht so schnell in die Röhre hinein, wie sich aus den Beobachtungen von Stevens[1]) ergiebt; ich selbst habe mich auch davon überzeugt und werde später die darauf bezüglichen Versuche anführen.

Die Temperatur wurde bei jedem Versuch an zwei Thermometern abgelesen, die an der Versuchsröhre anlagen; die Reduktion der Wellenlänge auf 0^0 geschieht bekanntlich nach der Formel

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_t}{\sqrt{1+\alpha t}},$$

wo λ_0 und λ_t die Wellenlängen bei 0^0 und t^0 bedeuten und α der Ausdehnungskoefficient der Luft (=0,00367) ist.

Bei tiefen Tönen und weiten Röhren muss die Länge der letzteren gleich einem Vielfachen der halben Wellenlänge des benutzten Tones sein, damit die Figuren gut werden. Deshalb waren die weiten Röhren mit einem luftdicht schliessenden, verschiebbaren Stempel aus Kork versehen, der von einer engen Glasröhre durchbohrt wurde; mit dieser engen

1) H. Stevens, Drudes Ann. 7. S. 285. 1902.

Röhre konnte man den Stempel verschieben und ausserdem die Verbindung des Innern der Versuchsröhre mit der Luftpumpe herstellen. Bei engen Röhren kommt es dagegen gar nicht auf die Länge an, sie hatten deshalb auch keinen Stempel und wurden direkt mit der Pumpe verbunden; beim Versuch wurde das eine Ende mit einem Kork verschlossen.

III. Über die Bestimmung der Schwingungszahl und die Töne eines transversal schwingenden Stabes.

Um die Schallgeschwindigkeit v zu berechnen, muss man ausser der Wellenlänge λ die Schwingungszahl n kennen; denn es besteht die Gleichung

$$v = n \cdot \lambda.$$

Die Schwingungszahl bestimmt man bei einem transversal schwingenden Stabe gewöhnlich nach einer graphischen Methode, und auch ich habe eine solche angewandt. An der Spitze der Messingfeder, die an dem Stab angelötet war, konnte ein Glasstreifen vorbeigezogen werden. Wenn der Stab tönt und der mit einer dünnen Russchicht bedeckte Glasstreifen an der Feder vorbeigezogen wird, schreibt diese in den Russ eine Sinuskurve, die den Schwingungen des Stabes entspricht. Neben dem Stahlstab schreibt eine Stimmgabel ebenfalls ihre Schwingungen auf; man kann also feststellen, wieviel Schwingungen des Stabes auf eine Schwingung der Gabel kommen. Diese Anzahl hat man nur mit der Schwingungszahl der Gabel zu multiplizieren, um die Schwingungszahl des Stabes zu bekommen.

Die Tonhöhe der Gabel wurde nun folgender-

massen bestimmt An der einen Zinke war zum Aufschreiben der Schwingungen wieder eine Messingfeder angelötet. Die Gabel wurde elektromagnetisch angeregt und konnte ihre Schwingungen auf einer rotierenden Trommel aufschreiben, während sie gleichzeitig in der Richtung der Trommelaxe verschoben wurde: dadurch erhielt man auf dem berussten Papierüberzug der Trommel eine fortlaufende Kurve. Nun wurde nach jeder Sekunde durch eine gutgehende Pendeluhr der primäre Strom eines Induktoriums geschlossen; das eine Ende der inducierten Spirale war mit der Trommel verbunden, die elektrisch leitend war. Daher sprang von der Spitze der Schreibfeder nach jeder Sekunde ein Funken über und durchbohrte das Papier.

Wenn jetzt die Schwingungszahl der Gabel bestimmt werden sollte, wurde sie zum Tönen gebracht, an der Trommel vorbeibewegt und diese gleichzeitig gedreht. So erhielt man eine Kurve, welche die Schwingungen der Gabel während 6 bis 8 Sekunden darstellte. Sie wurden gezählt und durch die Anzahl der Sekunden dividiert, was die Schwingungszahl ergab. Es wurde immer mit einer geraden Anzahl von Sekunden gerechnet; denn erfahrungsmässig sind bei einer solchen Uhr die Zeiträume, die zwei aufeinander folgende Sekunden darstellen sollen, nicht ganz gleich, da der Quecksilberkontakt, der den Strom jedesmal schliesst, eine gewisse Ausdehnung hat. Jedoch ist stets die 1. Sekunde gleich der 3., der 5. u. s. w., während die 2. gleich der 4. u. s. w. ist; so sind also auch die Zeiträume gleich, die zwei aufeinanderfolgende Sekunden zusammen umfassen.

Will man ganz genaue Bestimmungen machen, so ist es ausserdem noch nötig, den Gang der be-

nutzten Uhr zu kennen, damit man die gefundene Schwingungszahl auf Normalsekunden umrechnen kann. Ich verglich also meine Pendeluhr mit der Normaluhr auf der Bonner Sternwarte. Bevor ich meine Versuche über Schallgeschwindigkeit begann, bestimmte ich die Tonhöhe der Gabel und ebenso nach Beendigung derselben. Die benutzte Gabel war von Koenig in Paris und sollte 512 Schwingungen in der Sekunde machen; durch die angelötete Feder war diese Zahl natürlich etwas verringert.

So fand sich bei der ersten Bestimmung der Schwingungszahl 506.96, bei der zweiten 506.73. Für die erste ist 1^{s} der benutzten Pendeluhr gleich $1^{s}000\,07$ Normaluhr, sodass die genaue Schwingungszahl 606.92 wird; für die zweite ist 1^{s} gleich $0^{s}999991$ Normal; hier ist die Korrektion zu unbedeutend, um überhaupt berücksichtigt zu werden. Das Mittel aus beiden Bestimmungen ist abgerundet

506 . 8,

und dieser Wert wurde benutzt, um die Schwingungszahl der verschiedenen Töne des Stabes festzustellen.

Kayser hat die Schwingungszahl des betr. Tones des Stahlstabes bei jedem Versuch neu bestimmt, weil er glaubte, dass sie sich ändert. Ich habe es bei meinen ersten Versuchen auch so gemacht. Thatsächlich fanden sich auch verschiedene Werte; wenn man aber die Fehlerquellen berücksichtigt, die das Resultat beeinträchtigen können, wird es sehr wahrscheinlich, dass auf diese allein die Verschiedenheit zurückzuführen ist.

Bei dem tiefsten Ton konnte ich seine Schwingungen auf einer Strecke zählen, auf die durchschnittlich 120 Gabelschwingungen kamen; nimmt man an,

dass man sich beim Zählen der Schwingungen des Stabes, die diesen 120 Gabelschwingungen entsprechen, um 1 Schwingung irrt, so würde das auf 500 Gabelschwingungen etwa 4 ausmachen. Da ferner der Glasstreifen sich bei meinen Versuchen nicht mit konstanter Geschwindigkeit bewegte, weil er durch ein fallendes Gewicht an der Schreibfeder vorbeigezogen wurde, müssen die Spitzen der beiden Schreibfedern genau auf einer Geraden liegen, die senkrecht auf der Bewegungsrichtung des Streifens steht, wenn man die Kurven ohne weiteres miteinander vergleichen will. Nun ist es aber nicht ganz leicht, diese Bedingung zu erfüllen, besonders bei meinem Apparat gab es verschiedene Schwierigkeiten. Einmal war der Raum sehr beschränkt, sodass man die Stellung der Spitzen nicht genau prüfen konnte; dann aber stand auch die Stimmgabel nicht ganz fest und verschob sich beim Tönen leicht — die Gabel musste nämlich angeregt werden, ehe man die Feder auf den Glasstreifen aufsetzte, sonst fing sie überhaupt nicht zu tönen an; also musste man das Gestell, an dem die Gabel befestigt war, heben und senken können. Inwiefern dieser letztgenannte Umstand das Resultat fälschen kann, hat Melde[1]) untersucht, und ich kann auf seine ausführlichen Mitteilungen verweisen. Jedenfalls reichen die beiden erwähnten Fehlerquellen aus, um die Verschiedenheit in den Bestimmungen der Schwingungszahlen bei meinen Versuchen und wahrscheinlich auch bei denen von Kayser zu erklären.

Bekanntlich ändert sich die Schwingungszahl

1) F. Melde, Über einige Methoden der Bestimmung von Schwingungszahlen hoher Töne. Wied. Ann 51. S. 661. 1894.

einer Stimmgabel bei Temperaturänderungen sehr wenig[1]); ihre eigentümliche Form hält die Tonhöhe ziemlich konstant. Diese günstige Bedingung fällt freilich bei einfachen Stäben fort, aber selbst wenn der Temperatureinfluss hier grösser ist, wird er doch schwerlich so gross werden, dass man ihn in Betracht zu ziehen hat, besonders wenn die Temperaturschwankungen in einem engen Intervall liegen, wie es bei meinen Versuchen der Fall war.

Die Knotenpunkte eines transversal schwingenden Stabes sind theoretisch berechnet worden[2]). Ich hatte mir nach den von Strehlke gegebenen Zahlen die Stellen für die Knotenpunkte der fünf ersten Töne des Stabes bezeichnet und den Stab zunächst an diesen Stellen, oder vielmehr immer an je zweien eingeklemmt. Für die beiden ersten Töne genügte das; der Stab begann sofort stark zu tönen, wenn er an dem einen Ende mit dem Bogen gestrichen wurde. Bei den höheren Tönen war es nicht so einfach; ich musste immer wieder neue Punkte einklemmen, bis der Stab endlich zu tönen anfing. Manchmal tönte er leise, ein Zeichen, dass man in der Nähe eines Knotenpunktes war; es genügte dann oft eine kleine Verschiebung, um einen starken Ton zu bekommen. Je höher die Töne waren, um so schwieriger wurde es, die richtigen Stellen zum Einklemmen zu finden. Sehr merkwürdig

---

1) H. Kayser, Über den Einfluss der Temperatur auf Stimmgabeln. Wied. Ann. 8. S. 444. 1879. — R. Koenig, Untersuchungen über die Schwingungen der Normalstimmgabel. Wied. Ann. 9. S. 394. 1880.

2) Strehlke, Über die Lage der Schwingungsknoten auf elastischen geraden Stäben, welche transversal schwingen, wenn beide Enden frei sind. Pogg. Ann. 27. S. 505. — Strehlke, Nachtrag zu der Abhandlung: Über die Lage u. s. w. Pogg. Ann. 28. S. 512.

ist aber der Umstand, dass ein Ton, wenn er einmal ordentlich herausgebracht war, immer wieder leicht gefunden wurde. Man konnte sogar die Einklemmung ein wenig ändern, der Ton blieb, und zwar in unverminderter Stärke, wenn die Änderung nicht zu gross war. Dabei war keine Änderung der Wellenlänge oder Schwingungszahl zu bemerken, die nicht innerhalb der Fehlergrenzen gelegen hätte. Man wird also annehmen dürfen, dass ein Ton sich nicht ändert, wenn man anstatt der Knotenpunkte andere Punkte festklemmt, die in deren Nachbarschaft liegen. Es fällt nicht schwer, sich diese Erscheinung klar zu machen: die eingeklemmten Punkte, oder vielmehr die je zweien entsprechenden Linien des Stabes, sind nicht absolut unbeweglich; sind es nicht wirkliche Knotenpunkte, sondern liegen sie nur in nächster Nähe der wirklichen, so machen sie beim Tönen des Stabes die ihnen zukommenden Bewegungen, während die wirklichen Knotenlinien unbeweglich sind, obwohl man sie nicht festgeklemmt hat. Daher tritt eine Änderung der Schwingungszahl nicht ein, wenn man statt der wirklichen Knotenlinien ein paar andere festklemmt, die ihnen sehr nahe liegen — jedenfalls konnte ich keine Änderung beobachten.

Wenn ich einen Ton längere Zeit hindurch nicht gebraucht hatte und mit anderen Tönen beschäftigt gewesen war, kostete es immer wieder einige Mühe, diesen Ton zu finden; doch ging es schneller wie beim ersten Mal. Nur bei dem höchsten Ton, den ich überhaupt mit dem benutzten Stahlstab erzielen konnte, war das nicht der Fall. Ich fand ihn das erste Mal nach längerem Suchen; er war sehr stark und erzeugte in allen Röhren, die ich benutzt habe, vorzügliche Staubfiguren. Dies war, ehe an den Stab

eine Feder angelötet war, also ehe endgültige Versuche gemacht wurden — ich wollte damals nur sehen, bis zu welcher Tonhöhe ich gelangen könnte. Es war der 5. Ton des Stabes, und er musste, nach der Länge der Staubfiguren zu urteilen, 11- bis 12000 Schwingungen machen. Als ich dann mit den vier anderen Tönen endgültige Versuche angestellt hatte, wollte ich zum 5. übergehen; es gelang mir aber nicht, ihn in der nötigen Stärke zu erhalten, obwohl ich mich wochenlang darum bemühte: in einer engen Röhre bekam ich wohl Staubfiguren, aber nur am Anfang, sodass ich sie zur Messung der Wellenlänge gar nicht hätte verwerten können. Die Spitzen der Schrauben, mit denen der Stab eingeklemmt war, waren mit der Zeit stumpf geworden, und ich glaubte, hierin die Ursache für das schwache Tönen sehen zu müssen; ich liess also die Messingschrauben, weil sie sich schnell abnutzten, durch eiserne ersetzen, die sehr spitz waren. Aber auch jetzt erhielt ich keine besseren Resultate und gab die Versuche mit diesem Ton ganz auf. Es ist möglich, dass die aufgelötete Feder Schuld daran trägt, dass der früher so intensive Ton fast ganz verschwunden war.

In der Litteratur habe ich auch nirgends Angaben gefunden über die Änderung der Schwingungszahl eines transversal schwingenden Stabes; ich habe also die verschiedenen Töne meines Stabes als wesentlich konstant angenommen und deshalb auch nicht mehr bei jedem einzelnen Versuch eine neue Bestimmung der Schwingungszahl gemacht. Diese Bestimmungen verteilen sich vielmehr auf die ganze Versuchszeit; für jeden der vier benutzten Töne habe ich dann das Mittel als den wahrscheinlichsten Wert der Schwingungszahl in Rechnung gezogen. Ehe ich

die gefundenen Werte in einer Tabelle zusammenstelle, will ich noch einiges über die theoretische Berechnung der Schwingungszahl eines transversal schwingenden Stabes anführen.

Die Theorie[1] ergiebt, dass man die Schwingungszahl n eines solchen Stabes aus der Gleichung findet

$$n = R \cdot m^2.$$

Hier bedeutet R eine von den Dimensionen des Stabes und seinem Material abhängige Zahl und m eine für die verschiedenen Töne des Stabes verschiedene Grösse, die, wenn die Enden des Stabes frei sind, der Gleichung genügen muss:

$$\cos m . \cos m = 1.$$

Der Faktor R ist für die verschiedenen Töne desselben Stabes konstant. Wenn man also für irgend einen Ton die Schwingungszahl experimentell bestimmt hat, findet man den Wert dieses Faktors und kann ihn für die Berechnung der anderen Schwingungszahlen verwenden.

In der beigefügten Tabelle ist unter A die Anzahl der für einen jeden Ton gemachten Bestimmungen angegeben. Neben den experimentell gefundenen Werten findet man die theoretischen ausser für den ersten Ton. Ich habe immer den tieferen Ton zur Berechnung des Faktors R für die höheren Töne benutzt; umgekehrt hätte ich auch R aus den höheren berechnen und damit die Schwingungszahlen der tieferen finden können, ich habe es aber unterlassen, weil die Bestimmung der Schwingungszahl mit wachsender Tonhöhe ungenauer wird. Je höher der Ton ist, um so kleiner ist die Zahl G in der Tabelle,

1) Rayleigh, Die Theorie des Schalles (übersetzt von Neesen), I. S. 294. 1880.

welche angiebt, wie viel Schwingungen der Stimmgabel durchschnittlich auf die Strecke kamen, auf der die Schwingungen des Stabes gezählt werden konnten; je kleiner aber G ist, um so ungenauer wird die Bestimmung von n. Bei höheren Tönen ist es schwer, gute Sinuskurven zu bekommen; die einzelnen Schwingungen sind so klein, dass sie sich selbst unter dem Mikroskop nicht mehr scharf gegen einander abheben, und der Einfluss der kleinen Russteilchen macht sich schon störend geltend. Es schien mir daher zweifelhaft, ob beim 5. Ton überhaupt noch eine brauchbare Kurve herausgekommen wäre. Diese Methode zur Bestimmung der Schwingungszahl hat jedenfalls ihre Grenze.

In der Tabelle ist für Ton V als experimenteller Wert der Schwingungszahl derjenige angegeben, der sich aus der Wellenlänge und der als bekannt angenommenen Schallgeschwindigkeit berechnen lässt; zur Berechnung des theoretischen Wertes ist für R das Mittel aus den bei Ton I bis III gefundenen Zahlen genommen worden.

Tabelle für n.

Ton	A	G	Experimentelle Werte			Theoretischer Wert
			kleinster	grösster	Mittelwert	
I	30	120	900	906	903	—
II	60	100	2468	2493	2482	2489 aus I
III	12	60	4853	4912	4882	4880 aus I 4866 aus II
IV	18	30	7825	7967	7880	8067 aus I 8043 aus II 8070 aus III
V	—	—	—	—	ca. 11500	12040 aus I—III

Aus der vorstehenden Tabelle ergiebt sich, dass die Töne II und III der Theorie entsprechen, wenn man den Ton I zur Berechnung des unbekannten Faktors R benutzt; man wird daraus schliessen dürfen, dass Ton I ihr ebenfalls entspricht. Beim 4. und 5. Ton stimmen Experiment und Theorie nicht mehr überein, und zwar ist die Abweichung um so grösser, je grösser die Schwingungszahl ist; die theoretischen Werte sind grösser als die experimentellen. Aus dieser Abweichung folgt noch nicht, dass für die höheren Töne eines Stabes die Theorie nicht mehr gilt. Diese setzt nämlich voraus, dass das Material vollständig homogen ist, und ob mein Stab diese Bedingung erfüllt, weiss ich nicht, — bei der Auswahl des Stabes dachte ich noch nicht daran, die Theorie zu prüfen. Um so merkwürdiger ist die Uebereinstimmung von Theorie und Experiment bei den drei tieferen Tönen.

Ich habe diese Resultate mitgeteilt, weil meines Wissens die Theorie der transversal schwingenden Stäbe bei so hohen Tönen, wie ich sie mit meinem Stab erzeugte, noch nicht geprüft worden ist.

IV. Bemerkungen über die Staubfiguren.

Seitdem Kundt die nach ihm benannten Staubfiguren entdeckt hat, sind dieselben häufig benutzt worden, um Wellenlängen zu messen und damit entweder die Schallgeschwindigkeit zu berechnen, wenn die Schwingungszahl bekannt war, oder diese zu bestimmen, indem man die Schallgeschwindigkeit als bekannte Grösse in Rechnung zog. Ueber die Art der Entstehung ist man bis heute noch nicht völlig im Klaren; es hat zwar an Erklärungsversuchen nicht

gefehlt, aber bis jetzt hat noch keine Theorie ihre volle Bestätigung durch das Experiment gefunden. Ich erwähne als bedeutendste Arbeiten über diesen Gegenstand die von Walter König[1]) und von Cook[2]). Jedenfalls sind noch weitere Untersuchungen nötig, ehe diese Frage endgültig entschieden werden kann, und da man bei den Staubfiguren mancherlei sonderbare Erscheinungen beobachtet, glaube ich, meine Wahrnehmungen mitteilen zu sollen; vielleicht liefern sie einen Beitrag zu dem Material, mit dessen Hülfe sich später einmal sämtliche Erscheinungen erklären lassen.

Als Staub benutzte ich Semen Lycopodii. Die Versuche wurden in der bekannten Weise angestellt: eine kleine Menge Staub — nur so viel, dass die Figuren gut ausfielen — wurde in die Röhre gebracht und möglichst gleichmässig darin verteilt. Beim Klopfen gegen die Röhrenwand sammelte sich der Staub in einem schmalen Streifen auf dem Boden der Röhre an; die Röhre wurde dann etwas gedreht, sodass der Staub bei einer leisen Erschütterung herunterfallen musste.

Nun kann man zwei Arten von Figuren unterscheiden. Bei der ersten Art, die gewöhnlich beobachtet wird, fällt der Staub in den Schwingungsbäuchen herab, während er in den Knoten liegen bleibt. Beim Fallen ordnen sich die Staubteilchen in Rippen, die senkrecht zur Röhrenaxe stehen; sie sind

---

1) W. König, Hydrodynamisch-akustische Untersuchungen. Wied. Ann. 42. S. 353 und S. 513. 1891. — Desgl. Wied. Ann. 43. S. 43. 1891. — Desgl. Wied. Ann. 50. S. 639. 1893.

2) S. R. Cook, On Flutings in a Sound-Wave and the Forces due to a Flux of a Viscous Fluid around Spheres. Phil. Mag. [6]. 3. p. 471. 1902.

am längsten in der Mitte der Bäuche und werden gegen die Knoten hin kürzer. Gerade das Entstehen der Rippen zu erklären, hat grosse Schwierigkeiten gemacht; man vergleiche dazu die beiden genannten Arbeiten.

Bei der zweiten Art von Staubfiguren fehlen diese Rippen ganz; der Staub ist aus den Schwingungsbäuchen ganz verschwunden und hat sich in den Knotenstellen angesammelt. Diese Art ist schon einfacher zu erklären: Der Staub wird aus den Punkten grösster Bewegung zu den Punkten hingeweht, wo keine Bewegung stattfindet.

Es fragt sich jetzt, wann die eine und wann die andere Art entsteht; zur Beantwortung führe ich meine Beobachtungen an. Bei Ton I bis IV entsteht die erste Art, und zwar in allen von mir benutzten Röhren, bei engen aber nur dann, wenn ich den Stab ganz schwach anstreiche; bei stärkerem Streichen werden die Rippen zuerst unscharf, dann fängt der Staub an, zu den Knotenpunkten hinzuwandern, wobei er sich in der Regel von der Schallquelle entfernt. Es entsteht aber nicht die zweite Art von Figuren, offenbar, weil die Intensität der Schallbewegung nicht stark genug ist, um die ganze Menge des Staubes bis zu den Knoten zu treiben; die Figuren erscheinen verzerrt. Rudolf Koenig, der die gleiche Beobachtung machte, schob die Schuld darauf, dass die Röhre für die betreffende Tonhöhe entweder zu eng oder zu weit sei [1]). Aber nicht die Röhrenweite spielt hier die Hauptrolle, sondern die Intensität der Schallquelle, daher die Verzerrung der Staubfiguren, wenn die Intensität zu gross ist; für enge Röhren muss

1) Wied. Ann. 69. S. 652.

diese natürlich kleiner sein als für weite, um die gleiche Wirkung hervorzurufen. Wenn die Röhre zu weit ist, so ist möglicherweise die Intensität zu schwach, um selbst die erste Art der Figuren gut zu erzeugen, aber von einer Verzerrung kann dann nicht die Rede sein.

Bei Ton V entstand in einer weiten Röhre (15,5 mm Durchmesser) die erste Art nach einfachem Anstreichen des Stabes, die zweite Art nach mehrmaligem starken Anstreichen in einer engen Röhre (8.0 mm Durchmesser). In der engen Röhre erhält man bei schwachem Tönen auch die gerippten Figuren, bei stärkerem Tönen gehen sie immer mehr in die zweite Art über, zuerst am Anfang, dann in der ganzen Länge der Röhre; der Staub rückt in den Knoten immer mehr zusammen. Man sieht hieraus, dass sich eine scharfe Grenze zwischen den beiden Arten von Staubfiguren nicht ziehen lässt.

Wesentlich für das Ausfallen der Figuren ist also die Intensität der Schallbewegung in der Röhre; diese ist abhängig von der Intensität der Schallquelle und von der Weite der Röhre. Theoretisch sind das nicht die einzigen Faktoren, die in Betracht kommen; denn nach Helmholtz[1]) ist die Resonanz am stärksten in einer Röhre vom Radius r, wenn

$$r^3 = \frac{mk\lambda^2\sqrt{\lambda}}{16\pi\sqrt{\pi a}}$$

ist, wo m bezeichnet, wieviel Schwingungen des angegebenen Tons auf eine Schwingung des Grundtons

1) H. Helmholtz, Über den Einfluss der Reibung in der Luft auf die Schallbewegung. Wissenschaftliche Abhandlungen I. S. 383. 1882.

der Röhre kommen, k die Reibungskonstante, λ Wellenlänge und a Schallgeschwindigkeit ist.

Mitunter beobachtet man folgendes. Die Rippen der Staubfiguren stehen nicht immer senkrecht zur Röhrenaxe, und zwar wechselt die Stellung derselben in den aufeinanderfolgenden Figuren ganz regelmässig ab. So sind z. B. die Rippen der einen Figur nach rechts geneigt, die der folgenden nach links, dann kommt eine Figur mit senkrechten Rippen, bei der folgenden neigen sie sich wieder nach rechts, dann nach links u. s. w.; man kann dies Verhalten schematisch so darstellen

/ \ | / \ | / \ | / \ |

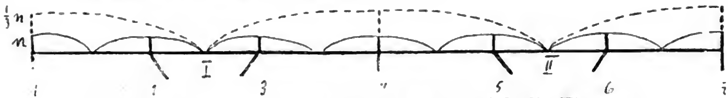
Hier entspricht jeder einzelne Strich einer Figur.

R. Koenig, der diese Erscheinung auch beobachtet hat, sagt darüber: „Diese Art der Staubfiguren zeigt immer eine zu grosse Weite der Röhre an.“ Ich habe diese Figuren aber nicht nur in einer verhältnismässig weiten Röhre bekommen, sondern auch dann einigemal, wenn ich in eine weite Röhre eine andere hineinsteckte und nun in dem sehr engen Zwischenraum die Staubfiguren entstehen liess. Die Ansicht Koenigs ist also nicht richtig. Man könnte sich diese Figuren durch die Annahme erklären, dass ausser der von dem schwingenden Stab in der Röhre erzeugten Bewegung, die dem Ton des Stabes entspricht, noch eine andere entsteht, die sich über die erste lagert. Diese neue Bewegung gehört nicht einem höheren Ton an; denn ein solcher kann nicht in Betracht kommen. Es kann auch nur ein Ton sein, der mit dem anderen harmonisch ist, wegen der Regelmässigkeit der Figuren. Wenn man von harmonischen „Untertönen“ sprechen will, so fragt es sich, welcher von diesen die Aenderung in den Staub-

figuren hervorrufen könnte. Der erste, dessen Schwingungszahl $^1/_2$ n betragen würde, kann eine Neigung der Rippen nicht veranlassen, wie man aus dem Schema ersieht:



Die ausgezogenen Linien sollen die Figuren des Tones n, die punktierten die des Tones $^1/_2$ n andeuten. Anders ist es, wenn man Ton n mit seinem zweiten harmonischen Unterton $^1/_3$ n kombiniert:



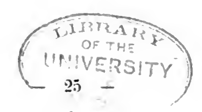
Hier sieht man ganz gut ein, warum sich die Figuren 2 und 3, sowie 5 und 6 nach den Knoten I und II hinneigen infolge der von Ton $^1/_3$ n nach diesen Knoten hin erzeugten Bewegung.

Die Töne eines transversal schwingenden Stabes sind unharmonisch, also kann der Ton $^1/_3$ n nicht von dem Stab ausgehen, sondern entsteht erst in der Röhre. Man würde sich sein Entstehen daraus zu erklären haben, dass der zweite harmonische Unterton von Ton n identisch ist mit dem Grundton der Röhre oder mit einem von dessen Obertönen. Ob sich die Sache wirklich so verhält, wie ich sie zu erklären versucht habe, muss einstweilen dahingestellt bleiben.

V. Die Kirchhoffsche Formel.

Die Schallgeschwindigkeit ist bekanntlich in Röhren kleiner als in freier Luft. Von Helmholtz[1])

1) H. Helmholtz, Wissenschaftliche Abhandlungen I. S. 383.



und von Kirchhoff[1]) ist die Geschwindigkeit in Röhren theoretisch abgeleitet worden; nach ihnen wird die Verzögerung durch Reibung und Wärmeleitung des betreffenden Gases hervorgerufen. Wenn v die Schallgeschwindigkeit in der Röhre, a die im freien Raum, γ eine von der Reibung und Wärmeleitung der Luft abhängige Konstante, n die Schwingungszahl des benutzten Tones und r den Radius der Röhre bedeutet, so ist

$$v = a\left(1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{n\pi}}\right).$$

Diese Formel ist oft geprüft und häufig als richtig befunden worden. Die Prüfung geschah so, dass man r und n variierte und aus je zwei Beobachtungen die Schallgeschwindigkeit a berechnete. Lässt man nämlich n konstant und verändert r, so findet man aus je zwei Versuchen

$$(1) \qquad a = \frac{v_1 r_1 - v_2 r_2}{r_1 - r_2},$$

und $(a-v).r$ muss für denselben Ton konstant sein. Umgekehrt, wenn man r unverändert lässt und n variiert, hat man aus je zwei Versuchen

$$(2) \qquad a = \frac{v_1\sqrt{n_1} - v_2\sqrt{n_2}}{\sqrt{n_1} - \sqrt{n_2}},$$

und $(a-v)\sqrt{n}$ ist für dieselbe Röhre konstant.

Die Konstante γ lässt sich ebenfalls so bestimmen durch Kombination von je zwei Versuchen. Bei gleichem n erhält man

$$(3) \qquad \gamma = r_1 r_2 \frac{v_1 - v_2}{v_1 r_1 - v_2 r_2} \cdot 2\sqrt{n\pi},$$

und bei gleichem r

1) G. Kirchhoff, Über den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung. Pogg. Ann. 134. S. 77. 1868.

(4) $$\gamma = \sqrt{n_1 n_2} \frac{v_1 - v_2}{v_1 \sqrt{n_1} - v_2 \sqrt{n_2}} \cdot 2r\sqrt{\pi}.$$

Natürlich kann man γ auch einfach so erhalten, dass man für v den gefundenen und für a den aus (1) oder (2) berechneten Wert einsetzt in die Gleichung

(5) $$\gamma = (a -)r \cdot \frac{2\sqrt{n\pi}}{a},$$

die nichts anderes ist, als die Kirchhoffsche Formel selbst.

Bei diesem Verfahren bewegt man sich jedoch immer in einem Kreis; denn man beweist, dass γ eine Konstante ist, indem man Zahlen in die Rechnung zieht, die unter der Voraussetzung abgeleitet sind, dass γ wirklich eine Konstante ist, Würden (1) und (2) für a, ferner (3), (4) und (5) für γ wirklich ganz übereinstimmende Werte liefern, so wäre das Verfahren angebracht; sobald man aber zu verschiedenen Werten kommt, können diese nicht nur in mangelhaften Beobachtungen, sondern ebensogut in der Ungültigkeit der Formel ihren Grund haben.

Ich will noch die wichtigsten Arbeiten anführen, die eine Prüfung der Kirchhoffschen Formel zum Gegenstand haben; ich schicke voraus, dass die Abhängigkelt der Schallverzögerung vom Durchmesser der Röhre in all diesen Arbeiten bestätigt wird.

Seebecks Untersuchungen „Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Röhren [1])“ ergaben, dass die Verzögerung anstatt zu $\sqrt{n}$ eher zu $n^{3/2}$ umgekehrt proportional ist. Die Röhrendurchmesser liegen zwischen 3.4 mm und 29.0 mm, die

1) A. Seebeck, Pogg. Ann. 139. S. 104. 1870.

Schwingungszahlen der benutzten Töne zwischen 256 und 512.

Dann hat Kayser in der bereits angeführten Arbeit gefunden, dass auch die Abhängigkeit der Verzögerung von der Schwingungszahl durch die Formel richtig dargestellt wird, „in den engeren Röhren vollkommen, in den weiten etwas weniger genau“. Seine Schwingungszahlen schwanken zwischen 2350 und 5250, die Röhrendurchmesser zwischen 25,8 mm und 82 mm.

Webster Low [1]) glaubt aus seinen Beobachtungen schliessen zu können, dass die Formel richtig ist. Das Produkt $(a - v)r$ ist für verschiedene Röhren konstant; $(a—v)\sqrt{n}$ ist für verschiedene Töne zwar nicht ganz konstant, aber der Verfasser schiebt die Abweichungen auf Beobachtungsfehler. Er benutzt Töne von 256 bis 1023 Schwingungen und Röhren von 9.35 mm bis 28 mm Durchmesser.

In neuester Zeit hat Stevens [2]) die Schallgeschwindigkeit in Luft und Dämpfen bestimmt und dabei die Kirchhoffsche Formel geprüft, er findet, dass ihre Richtigkeit durch seine Versuche „aufs genaueste bewiesen worden ist“; das bezieht sich aber nur auf den Einfluss der Röhrenweite, da er die Schwingungszahl gar nicht variirt hat — sie beträgt 300. Die Röhren haben einen Durchmesser von 20.2 mm bis 46 mm.

Die genannten Arbeiten haben ganz verschiedene

---

1) J. W. Low, Über die Schallgeschwindigkeit in Luft, Gasen und Dämpfen für einfache Töne verschiedener Tonhöhe. Wied. Ann. 52. S. 641. 1894.

2) E. H. Stevens, Über Schallgeschwindigkeit in Luft bei gewöhnlicher und bei hoher Temperatur und in verschiedenen Dämpfen. Drudes Ann. 7. S. 285. 1902.

Werte für die Schallgeschwindigkeit ergeben; dieselbe ist bei Seebeck 332.77 m, bei Kayser 332.5 m, bei Low 330.8 m, bei Stevens 331.2 m. Schon aus dieser Verschiedenheit können Zweifel an der Allgemeingültigkeit der Formel entstehen. Noch aus einem andern Grunde darf man die Frage nicht als erledigt ansehen. Sieht man von der Kayserschen Arbeit ab, so liegen die benutzten Töne innerhalb zu enger Grenzen, hohe Töne kommen hier gar nicht in Betracht. Kayser hat diesem Mangel wohl abgeholfen, aber er arbeitet mit verhältnismässig weiten Röhren. Man muss also sagen, dass sämtliche Arbeiten unzulänglich sind.

Bei einer neuen Prüfung musste es darauf ankommen, möglichst hohe Töne und möglichst enge Röhren zu gebrauchen. Freilich können die Töne nicht beliebig hoch genommen werden, weil sich sonst ihre Schwingungszahl nicht hinreichend genau bestimmen lässt, und auch die Röhren kann man nicht beliebig eng nehmen, weil man sonst keine guten Staubfiguren erhält, wie früher schon gesagt worden ist. Ich habe also Töne benutzt, deren Schwingungszahlen zwischen 900 und 8000 liegen; bei den tieferen konnte ich noch eine Röhre mit 3.7 mm im Durchmesser gebrauchen, bei den höheren hatte die engste Röhre einen Durchmesser von 5.6 mm.

Ich habe zuerst Versuche mit gewöhnlichen Glasröhren angestellt und mit Hülfe dieser Versuche die Formel geprüft. Dann habe ich, um zu untersuchen, welche Einflüsse ausser den genannten — Reibung und Wärmeleitung innerhalb des Gases, von denen γ in der Formel allein abhängt — eine Verzögerung der Schallgeschwindigkeit hervorrufen könnten, noch einige Versuche in dieser Richtung an-

gestellt. Einmal machte ich die innere Oberfläche der Röhre rauh und vermehrte so die Reibung an der Röhrenwand. Dann steckte ich in eine Röhre eine andere hinein und stellte die Schallgeschwindigkeit in dem Zwischenraum fest; ersetzte ich nun die innere Röhre durch eine Messingstange von gleicher Dicke, so wurde jetzt ausser der Reibung auch die Wärmeleitung der Röhre geändert.

VI. Versuche mit gewöhnlichen Glasröhren.

Es wurden sechs Röhren benutzt, die folgende Durchmesser hatten:

Röhre	I	II	III	IV	V	VI
Durchm.	15.516	13.400	10.916	6.780	5.600	3.720 mm.

Die Durchmesser sind aus dem Volumen bestimmt worden.

Bei Ton I und II konnten alle sechs Röhren angewandt werden, bei Ton III und IV entstanden die Staubfiguren in der engsten Röhre so schlecht, dass sie zur Messung nicht geeignet waren.

In den folgenden Tabellen ist angegeben die Temperatur t, bei der beobachtet wurde, die sich aus der Messung der Staubfiguren ergebende Wellenlänge λ_t (cm), ferner die auf 0^0 reduzierte Wellenlänge λ_0, die dieser entsprechende Schallgeschwindigkeit v_0 (m) und endlich die Abweichung des einzelnen Wertes v_0 vom Mittelwert (unter Δ).

Tabelle I. Ton I. n=903.

Röhre I.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
19.5	37.52	36.247	327.0	−0.3
20.1	37.38	36.075	325.8	−1.5
20.7	37.62	36.270	327.5	+0.2
17.4	37.33	36.194	326.8	−0.5
18.0	37.40	36.224	327.1	−0.2
18.1	37.48	36.296	327.8	+0.4
17.5	37.40	36.255	327.4	+0.1
17.6	37.46	36.308	327.9	−0.6
17.9	37.39	36.222	327.1	−0.2
18.5	37.53	36.319	328.0	+0.7
20.1	37.60	36.288	327.7	+0.4
20.4	37.60	36.269	327.5	+0.2

Mittelwert: v = 327.3 m. Mittlerer Fehler: 0.44 m.

Röhre II.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
21.8	37.42	36.009	325.2	−1.0
21.4	37.50	36.111	326.1	−0.1
19.4	37.28	36.023	325.3	−0.9
19.6	37.38	36.106	326.0	−0.2
19.7	37.58	36.293	327.7	+1.5
18.0	37.30	36.128	326.2	—
18.3	37.40	36.206	326.9	+0.7
18.3	37.30	36.109	326.1	−0.1
18.5	37.32	36.116	326.1	−0.1
18.6	37.45	36.235	327.2	+1.0
20.6	37.40	36.063	325.7	−0.5
20.6	37.40	36.063	325.7	−0.5

Mittelwert: v = 326.2 m. Mittlerer Fehler: 0.55 m.

Röhre III.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
20.4	37.33	36.009	325.2	+0.3
20.9	37.28	35.930	324.4	−0.5
21.0	37.40	36.039	325.4	+0.5
18.7	37.10	35.891	324.1	−0.8
18.5	37.17	35.971	324.8	−0.3
18.1	37.07	35.918	324.3	−0.6
18.3	37.18	35.993	325.0	+0.1
18.4	37.23	36.035	325.4	+0.5
19.1	37.25	36.012	325.2	+0.3
19.5	37.27	36.038	325.4	+0.5
19.5	37.20	35.938	324.5	−0.4
19.4	37.30	36.042	325.5	+0.6

Mittelwert: v = 324.9 m. Mittlerer Fehler: 0.45 m.

Röhre IV.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
21.4	37.20	35.82	323.5	+0.6
21.6	37.22	35.83	323 5	+0.6
18.7	37.03	35.82	323.5	+0.6
17.6	36.83	35.70	322.2	−0.7
17.8	36.74	35.60	321.4	−1.5
18.4	36.84	35.66	322.0	−0.9
19.4	36.80	35.56	321.1	−1.8
19.6	37.00	35.74	322.7	−0.2
19.6	37.10	35.84	323.6	+0.7
19.6	37.20	35.93	324.5	+1.6
19.5	37.00	35.74	322.8	−0.1
19.5	37.10	35.84	323.6	+0.7

Mittelwert: v = 322.9 m. Mittlerer Fehler: 0.83 m.

Röhre V.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
18.3	36.64	35.47	320.3	−1.0
18.2	36.61	35.45	320.1	−1.2
18.3	36.68	35.51	320.7	−0.6
18.3	36.74	35.57	321.2	−0.1
18.4	36.70	35.52	320.8	−0.5
19.0	36.88	35.66	322.0	+0.7
19.0	36.70	35.49	320.4	−0.9
19.0	36.67	35.46	320.2	−1.1
18.5	36.90	35.71	322.5	+1.2
19.1	36.80	35.58	322.3	+1.0
19.2	36.90	35.67	322.1	+0.8
19.3	37.00	35.76	322.9	+1.6

Mittelwert: v = 321 m. Mittlerer Fehler: 0.89 m.

Röhre VI.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
19.7	36.44	35.19	317.8	+0.6
19.4	36.42	35.19	317.8	+0.6
18.3	36.40	35.24	318.2	+1.0
18.4	36.20	35.04	316.4	−0.8
18.5	36.22	35.05	316.5	− 0.7
18.5	36.10	34.94	315.5	−1.7
18.9	36.20	35.01	316.1	−1.1
18.9	36.10	34.91	315.3	−1.9
19.1	36.40	35.19	317.8	+0.6
19.3	36.50	35.27	318.5	+1.3
19.3	36.50	35.27	318.5	+1.3
19.3	36.40	35.18	317.7	+0.5

Mittelwert: v = 317.2 m. Mittlerer Fehler: 1.01 m.

Bei diesem Ton weichen die einzelnen Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit stark vom Mittelwert ab, besonders bei den Röhren IV, V und VI; es liegt daran, dass so grosse Wellenlängen, wie sie diesem Ton zukommen, mit Hülfe der Staubfiguren nur sehr schlecht gemessen werden können, um so schlechter, je enger die Röhre ist. Die Formel von Kirchhoff kann natürlich mit diesem Ton nicht geprüft werden. Ich habe trotzdem a, die Schallgeschwindigkeit in freier Luft, durch Kombination von je zwei Werten v, die für verschiedene Röhren gefunden worden sind, berechnet und gefunden:

aus	I	und	II	334.3 m	aus	II	und	III	331.9 m
„	I	„	III	333.0 m	„	II	„	IV	329.6 m
„	I	„	IV	330.7 m	„	II	„	V	329.7 m
„	I	„	V	330.7 m	„	II	„	VI	329.6 m
„	I	„	VI	330.5 m	„	III	„	IV	328.2 m

aus	III	und	V	328.7 m
„	III	„	VI	328.9 m
„	IV	„	V	330.0 m
„	IV	„	VI	329.8 m
„	V	„	VI	329.4 m

Der Mittelwert würde 330.4 m sein, aber man wird nicht daran denken, diesen Wert als wahre Schallgeschwindigkeit zu betrachten.

Ein Blick auf die 15 Zahlen zeigt, dass man ziemlich regelmässig immer kleinere Werte für a erhält, je grösser die Differenz der Röhrendurchmesser wird. Das ist kein Zufall, sondern ich beobachtete diese Erscheinung auch bei den besten Bestimmungen. Wenn die Formel richtig ist, darf diese Abnahme natürlich nicht stattfinden, und der Umstand, dass sogar bei den ziemlich fehlerhaften Bestimmungen mit dem Ton I diese fast regelmässige Abnahme

wahrzunehmen ist, spricht allerdings sehr für die Ungültigkeit der Kirchhoffschen Formel.

Ich verzichte darauf, γ mit Hülfe dieses Tones zu berechnen, da man doch keine übereinstimmende Werte erwarten darf, und gehe über zu den Versuchen mit dem zweiten Ton.

Ton II. n=2482. Tabelle II.

Röhre I.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
15.2	13.70	13.33	330.9	+0.7
14.0	13.64	13.30	330.2	—
14.0	13.65	13.31	330.4	+0.2
14.7	13.64	13.29	329.8	—0.4
20.4	13.77	13.28	329.7	—0.5
20.5	13.80	13.32	330.3	+0.1
20.6	13.79	13.30	330.0	—0.2
19.3	13.77	13.31	330.3	+0.1
19.5	13.78	13.31	330.3	+0.1
19.6	13.77	13.30	330.1	—0.1

Mittelwert: v = 330.2 m. Mittlerer Fehler: 0,25 m.

Röhre II.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
15.6	13.67	13.30	330.0	+0.3
14.0	13.59	13.25	329.0	—0.7
14.5	13.64	13.29	329.9	+0.2
14.3	13.63	13.29	329.8	+0.1
20.5	13.79	13.30	330.2	+0.5
20.7	13.78	13.28	329.6	—0.1
20.0	13.72	13.24	328.7	—1.0
20.2	13.81	13.33	330.7	+1.0
20.1	13.77	13.30	329.8	+0.1
20.2	13.73	13.25	328.8	—0.9

Mittelwert: v = 329.7 m. Mittlerer Fehler: 0.49 m.

Röhre III.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
18.6	13.66	13.21	328.2	—0.5
17.0	13.62	13.21	328.2	—0.5
13.8	13.56	13.23	328.4	—0.3
15.2	13.60	13.23	328.4	—0.3
16.0	13.65	13.27	329.4	+0.7
15.4	13.64	13.27	329.3	+0.6
19.6	13.73	13.26	329.2	+0.5
19.6	13.72	13.25	328.9	+0.2
20.3	13.72	13.24	328.6	—0.1
19.9	13.72	13.24	328.7	—

Mittelwert: v = 328.7 m. Mittlerer Fehler: 0.37 m.

Röhre IV.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
16.5	13.52	13.13	325.9	−0.5
16.4	13.50	13.11	325.4	−1.0
15.7	13.49	13.12	325.4	−1.0
19.8	13.63	13.16	326.6	+0.2
20.0	13.67	13.20	327.5	+1.1
20.2	13.68	13.20	327.6	+1.2
20.8	13.63	13.14	326.1	−0.3
20,6	13.65	13.16	326.7	+0.3
20.7	13.63	13.14	326.2	−0.2

Mittelwert: v = 325.4 m. Mittlerer Fehler: 0.53 m.

Röhre V.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
17.1	13.52	13.12	325.5	−0.4
16.8	13.52	13.12	325.7	−0.2
15.6	13.52	13.15	326.4	+0.5
14.2	13.45	13.11	325.5	−0.4
19.4	13.60	13.14	326.2	+0.3
19.5	13.60	13.14	326 1	+.02
19.6	13.60	13.14	326.0	+0.1
20.4	13.60	13.12	325.6	− 0.4
20.5	13.62	13.14	326.0	+0.1
20.6	13.62	13.13	326.0	+0.1

Mittelwert: v = 325.9 m. Mittlerer Fehler: 0.25 m.

Röhre VI.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
14.7	13.413	13.066	324.3	+1.3
14.7	13.406	13.059	324.1	+1.1
15.4	13.397	13.034	323.5	+0.5
16.3	13.421	13.037	323.6	+0.6
21.1	13.518	13.024	323.3	+0.3
20.1	13.423	12.954	321.5	−1.5
20.3	13.436	12.962	321.7	−1.3
21.0	13 486	12.995	322.5	−0.5
21.0	13.497	13.006	322.8	−0.2

Mittelwert: v = 323. 0 m. Mittlerer Fehler: 0.81 m.

Hier ist die Uebereinstimmung der verschiedenen für dieselbe Röhre gemachten Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit wesentlich besser als beim ersten Ton; nur bei den engen Röhren werden die Werte wieder etwas unsicherer. Für die Schallge-

schwindigkeit in freier Luft ergeben sich durch die bekannten Kombinationen folgende Werte:

aus I	und II	333.4 m	aus II	und III	334.1 m
„ I	„ III	333.8 m	„ II	„ IV	333.1 m
„ I	„ IV	433.2 m	„ II	„ V	332.4 m
„ I	„ V	332.6 m	„ II	„ VI	332.3 m
„ I	„ VI	332.5 m	„ III	„ IV	332.5 m

aus III und V 331.7 m
„ III „ VI 331.6 m
„ IV „ V 328.8 m
„ IV „ VI 330.4 m
„ V „ VI 331.5 m

Der Mittelwert beträgt 332.3 m und kommt dem von K a y s e r für die Schallgeschwindigkeit gefundenen Wert 332.5 m sehr nahe. Man bemerkt hier wieder die fast regelmässige Abnahme der Zahlen mit wachsender Differenz der Röhrendurchmesser.

Ton III. n=4882. Tabelle III.

Röhre I.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
17.6	6.987	6.772	330.6	+0.1
17.7	6.981	6.765	330.3	—0.2
17.7	6.984	6.768	330.4	—0.1
17.7	6.985	6.770	330.5	—
17.9	6.983	6.765	330.3	—0.2
17.7	6.986	6.770	330.6	+0.1

Mittelwert: v = 330.45 m. Mittlerer Fehler: 0.12 m.

Röhre II.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
16.5	6.961	6.760	330.0	—0.1
16.7	6.971	6.767	330.4	+0.3
16.8	6.972	6.767	330.4	+0.3
16.8	6.961	6.757	329.9	—0.2
17.2	6.965	6.756	329.8	—0.3
17.4	6.969	6.757	329.9	—0.2

Mittelwert: v = 330.07 m. Mittlerer Fehler: 0.23 m.

Röhre III.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
16.6	6.959	6.757	329.9	+0.3
16.4	6.949	6.749	329.5	−0.1
16.6	6.953	6.751	329.6	—
16.6	6.948	6.745	329.3	−0.3
16.6	6.943	6.743	329.2	−0.4
16.6	6.960	6.758	329.9	+0.3

Mittelwert: v = 329.57 m. Mittlerer Fehler: 0.23 m.

Röhre IV.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
17.0	6.921	6.715	327.8	−0.3
16.9	6.915	6.710	327.6	−0.5
17.1	6.926	6.719	328.0	−0.1
17.2	6.935	6.726	328.4	+0.3
17.5	6.938	6.726	328.3	+0.2
17.6	6.938	6.725	328.3	+0.2

Mittelwert: v = 328.07 m. Mittlerer Fehler: 0.27 m.

Röhre V.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
16.7	6.921	6.719	328.0	+0.4
16.7	6.915	6.713	327.7	+0.1
16.9	6.914	6.709	327.6	—
17.5	6.921	6.709	327.5	−0.1
17.6	6.921	6.708	327.5	−0.1
17.8	6.919	6.704	327.3	−0.3

Mittelwert: v = 327.60 m. Mittlerer Fehler: 0.17 m.

Die Werte der Schallgeschwindigkeit für jede einzelne Röhre stimmen also bei diesem Ton sehr gut überein. Durch Kombination von je zweien der Mittelwerte erhält man als wahre Schallgeschwindigkeit:

aus	Röhre	I	und	II	332.8 m
„	„	I	„	III	332.5 m
„	„	I	„	IV	332.3 m
„	„	I	„	V	332.1 m
„	„	II	„	III	332.3 m
„	„	II	„	IV	332.1 m
„	„	II	„	V	331.8 m

aus Röhre	III	und	VI	332.0 m
„ „	III	„	V	331.7 m
„ „	IV	„	V	330.3 m

Das Mittel aus diesen Zahlen ist 331.99 m; man sieht aber hier ganz besonders gut das regelmässige Abnehmen der Werte in der oben besprochenen Weise. Man darf also das Mittel nicht nehmen; denn die Formel von Kirchhoff ist unrichtig, wenigstens kommt ihr keine allgemeine Gültigkeit zu. Sie giebt also entweder für weite Röhren zu kleine Werte oder für enge zu grosse Werte, oder beides ist gleichzeitig der Fall, und so wäre sie dann nur für eine mittlere Weite gültig.

Bisher sind zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in freier Luft nur Kombinationen von Werten verwendet worden, die mit einunddemselben Ton in verschiedenen Röhren gefunden worden sind. Ehe ich daher die Versuche mit dem vierten Ton mitteile, sollen jetzt solche Werte kombiniert werden, die in einundderselben Röhre mit verschiedenen Tönen gefunden worden sind. Ton I hat Werte ergeben, die noch sehr unsicher sind, Ton IV kann, wie sich später zeigen wird, nicht allgemein zu diesen Kombinationen verwandt werden, und so sind wir auf Ton II und III beschränkt. Durch Anwendung der Formel (2) des vorhergehenden Abschnittes erhält man

für Röhre	I	II	III	IV	V
	331.2 m	330.7 m	331.7 m	331.2 m	331.7 m.

Diese Werte stimmen unter einander recht gut überein, das Mittel 331.3 m liegt aber zu weit unter den für Ton II und Ton III durch die anderen Kombinationen gefundenen Werten 332.3 m und 332.0 m. Wenn man auch aus diesem Umstand wieder den

Schluss auf die Ungültigkeit der Formel ziehen dürfte, so soll doch erst später unter Benutzung von vier verschiedenen Schwingungszahlen die Frage nach der Abhängigkeit der Schallverzögerung von der Schwingungszahl näher erörtert werden.

Die folgenden Tabellen geben die Versuche wieder, die mit dem vierten Ton angestellt worden sind.

Tabelle IV. Ton IV. n=7880.

Röhre I.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
19.7	4.3338	4.1854	329.8	−0.3
19.9	4.3372	4.1873	330.0	−0.1
20.0	4.3295	4.1791	329.3	−0.8
20.1	4.3293	4.1782	329.2	−0.9
20.2	4.3457	4.1934	330.4	+0.3
20.2	4.3603	4.2075	331.6	+1.5

Mittelwert: v = 330.1 m. Mittlerer Fehler: 0.60 m.

Röhre II.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
21.1	4.3518	4.1928	330.4	+0.5
21.2	4.3420	4.1836	329.6	−0.3
21.3	4.3463	4.1860	329.9	—
21.3	4.3483	4.1879	330.0	+0.1
21.3	4.3477	4.1874	330.0	+0.1
21.3	4.3425	4.1824	329.6	−0.3

Mittelwert: v = 329.9 m. Mittlerer Fehler: 0.22 m.

Röhre III.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
20.7	4.3322	4.1768	329.1	−0.3
20.9	4.3323	4.1754	329.0	−0.4
20.9	4.3412	4.1840	329.7	+0.3
22.0	4.3513	4.1859	329.9	+0.5
21.7	4.3435	4.1805	329.4	—
22.1	4.3442	4.1783	329.3	−0.1

Mittelwert: v = 329.4 m. Mittlerer Fehler: 0.27 m.

Röhre IV.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
20.1	4.3053	4.1550	327.4	+0.3
20.2	4.3038	4.1529	327.3	+0.2
20.1	4.2943	4.1444	326.6	−0.5
20.2	4.3069	4.1558	327.5	+0.4
20.4	4.3135	4.1608	327.9	+0.8
20.3	4.2900	4.1388	326.1	−1.0

Mittelwert: v = 327.1 m. Mittlerer Fehler: 0.53 m.

Röhre V.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
20.5	4.3100	4.1567	327.6	+0.5
20.8	4.3086	4.1533	327.3	+0.2
21.0	4.3135	4.1565	327.5	+0.4
21.2	4.2980	4.1403	326.3	−0.8
21.9	4.3130	4.1497	327.0	−0-1
22.0	4.3130	4.1491	327.0	−0.1

Mittelwert: v = 327.1 m. Mittlerer Fehler: 0.35 m.

Die Abweichungen vom Mittelwert sind hier wieder grösser als beim dritten Ton. Wenn man nach dem Grund dieser Erscheinung fragt, kann man zuerst daran denken, dass die Wellenlänge vielleicht nicht hinreichend genau bestimmt ist; das ist aber keineswegs der Fall: es konnte immer eine sehr grosse Reihe von Wellen in jeder einzelnen Röhre gemessen werden, die unter einander sehr gut übereinstimmten. Weiter wäre zu berücksichtigen, dass die Tonhöhe, entgegen früheren Bemerkungen, doch nicht ganz konstant sein könnte; aber es ist sehr unwahrscheinlich, dass sie sich um etwa 250 Schwingungen ändern kann — eine solche Anzahl ist mindestens erforderlich, um die Differenz von 2.4 m zwischen dem grössten und kleinsten der bei der ersten Röhre gefundenen Werte zu erklären. Es muss übrigens hinzugefügt werden, dass während sämtlicher Versuche mit Ton IV keine neuen Stellen

des Stahlstabs eingeklemmt wurden. Endlich ist in Erwägung zu ziehen, dass bei der Höhe des benutzten Tones vielleicht die Intensität der Schallbewegung von Einfluss auf die Wellenlänge ist. Tatsächlich führt ja auch König die Unterschiede in den Wellenlängen bei seinen Versuchen auf die Intensität der Schallquelle zurück; nur leuchtet mir nicht ein, warum bei einer Röhre von ganz bestimmter Weite der Einfluss der Intensität verschwinden soll. Auch Witkowski[1]) hat Erscheinungen beobachtet, die ihm bei einer Tonhöhe von etwa 6200 Schwingungen einen Einfluss der Intensität durchaus wahrscheinlich machen. Wenn dagegen Kayser[2]) bei seiner Untersuchung „Ueber den Einfluss der Intensität des Schalles auf seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit“ einen solchen nicht hat nachweisen können, so gilt dies doch nur für tiefe Töne, da seine Schallquelle 377 Schwingungen machte; hier darf man jedenfalls die Amplitüde als unendlich klein ansehen im Verhältnis zur Wellenlänge, wie es die Theorie für eine konstante Schallgeschwindigkeit verlangt. Aber bei hohen Tönen darf man das wahrscheinlich nicht mehr.

Vergleicht man in der Tabelle IV die Mittelwerte für v, so fällt einem auf, dass sie bei den Röhren I und II so nahe bei einander liegen und bei den Röhren IV und V sogar übereinstimmen. Es würde also gar keinen Zweck haben, alle fünf Werte paarweise zu kombinieren. Nun kann man aber die Röhren I und II, sowie IV und V so vereinigen, dass man aus ihren Radien und den für sie gefundenen

1) A. W. Witkowski, Sur la vitesse du son dans l'air comprimé. Bulletin International de l'Academié des Sciences de Krakovie. Mars 1899.

2) H. Kayser, Wied. Ann. 6. S. 465. 1879.

Schallgeschwindigkeiten das Mittel nimmt und jetzt diese „fingierten“ Röhren (A und C) unter einander und mit Röhre III (B) kombiniert. Man hätte also:

Röhre	A	r = 7.32 mm	v = 330.0 m
„	B	r = 5.64 „	v = 329.4 „
„	C	r = 3.10 „	v = 327.1 „

Man findet

aus	Röhre	A	und	B	a = 331.8 m
„	„	A	„	C	a = 332.1 „
„	„	B	„	C	a = 332.4 „

Das Mittel aus diesen drei Werten ist 332.1 m und stimmt gut mit den bei den Tönen II und III gefundenen Mittelwerten überein.

Die Schallgeschwindigkeit a soll jetzt noch mit Hülfe der Röhre III, bezw. mit den für sie bei allen vier Tönen gefundenen Werten von v berechnet werden, die mittleren Fehler sind nämlich gerade für diese Röhre sämtlich sehr klein.

So bekommt man für a

aus	Ton	I	und	II	334.8 m	aus	Ton	II	und	III	331.7 m
„	„	I	„	III	333.3 m	„	„	II	„	IV	330.2 m
„	„	I	„	IV	331.0 m	„	„	III	„	IV	328.6 m

Das Mittel würde 331.6 m betragen: aber auch hier sieht man wieder, dass a sich nach einer ganz bestimmten Regel ändert: es wird kleiner, je grösser die Differenz der Schwingungszahlen wird. Dies ist so zu verstehen, dass, wenn man von einem bestimmten Ton ausgeht und mit ihm höhere und höhere kombiniert, die Schallgeschwindigkeit abnimmt; bei Aenderung der Röhrenweite und bei konstanter Tonhöhe war das Verhältnis ganz ähnlich: geht man von einer Röhre mit bestimmten Radius aus und kombiniert sie mit engeren und engeren Röhren, so nimmt die Schallgeschwindigkeit ab.

Es soll jetzt die Grösse γ der Kirchhoffschen Formel berechnet werden, und zwar nach den verschiedenen Methoden. Die mit Ton I gewonnenen Zahlen für v, bezw. a sollen keine Verwendung finden, ausser bei Röhre III. Bei Ton II wird γ für die sechs Röhren einzeln nach Formel (5) berechnet, dann durch Kombination von je zwei Röhren, also nach Formel (3); bei Ton III gilt dasselbe für die fünf benutzten Röhren, bei Ton IV für die Röhren A, B und C. Schliesslich soll γ für Röhre III durch Kombination je zweier von den vier Schwingungszahlen ,also nach Formel (4) berechnet werden. Bei Anwendung der Formel (5) ist a=332.1 m gesetzt.

1. γ nach der Formel (5). Ton II bis IV.

Röhre	Ton II	Ton III	Ton IV
I	0.00784	0.00926	0.01458
II	0.00855	0.00999	
III	0.00965	0.01018	0.01397
IV	0.01028	0.01011	0.01469
V	0.00923	0.00940	
VI	0.00900	—	—

2. γ nach der Formel (3).

Röhren	Ton II	Ton III
I und II	0.01299	0.01387
I „ III	0.01394	0.01207
I „ IV	0.01213	0.01068
I „ V	0.01000	0.00931
I „ VI	0.00936	—
II „ III	0.01559	0.01100
II „ IV	0.01201	0.01047
II „ V	0.00971	0.00887
II „ VI	0.00987	—
III „ IV	0.01093	0.01001
III „ V	0.00897	0.00885
III „ VI	0.00856	—
IV „ V	0.00432	0.00714
IV „ VI	0.00749	—
V „ VI	0.00856	—

Für Ton IV ergeben sich die Werte:

aus Röhre A und B 0.01223
" " A " C 0.01477
" " B " C 0.01562.

3. Mit der Formel (4) findet man endlich aus Röhre III für γ.

mit Ton I und II 0.01663
" " I " III 0.01430
" " I " IV 0.01116
" " II " III 0.00882
" " II " IV 0.00445
" " III " IV 0.00314.

Nach diesen Berechnungen schwankt γ zwischen 0.00314 und 0.01663; nachdem bereits die Ungültigkeit der Kirchhoffschen Formel bewiesen worden ist, sind die grossen Verschiedenheiten in den Werten von γ erklärlich.

Es war oben die Rede von einem Einfluss der Intensität auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei höheren Tönen. Ich habe mit Ton III Versuche darüber anstellen wollen und die Intensität so verändert, dass ich die Röhrenöffnung in verschiedene Entfernung von der Schallquelle brachte (4 bis 36 mm); um aber jetzt gute Staubfiguren zu bekommen, musste der Stahlstab verschieden stark gestrichen werden. Ich teile also diese Versuche gar nicht mit; denn sie würden nur die völlige Unzulänglichkeit der Methode erweisen.

VII. Versuche mit besonderen Röhren.

Die Kirchhoffsche Formel stimmt also mit den Experimenten nicht überein. Da die Theorie aber jedenfalls an und für sich richtig ist, muss man

zu der Ansicht kommen, dass ausser den in der Formel berücksichtigten Einflüssen noch andere vorhanden sind, die bei der Schallgeschwindigkeit in Röhren eine Rolle spielen. Man kann daran denken, dass ausser der Reibung und Wärmeleitung im Gas eine Reibung an der Röhrenwand und die Wärmeleitung des Materials der Röhre die Schallgeschwindigkeit beeinflussen, und um solche Einflüsse zu studieren, habe ich noch Versuche besonderer Art angestellt.

1. Um die innere Oberfläche einer Glasröhre rauh zu machen und so die Reibung an der Wand zu vermehren brachte ich eine ziemlich grosse Menge von Semen Lycopodii in die Röhre hinein und liess sie an der feuchten Luft längere Zeit stehen, während der ich die Röhre ab und zu drehte, damit sich die Wand möglichst gleichmässig mit Staub überzog. Wenn die Staubschicht so dicht geworden war, dass man gerade noch hindurchsehen konnte, wurde die Luft im Innern der Röhre getrocknet und die Versuche in der bekannten Weise angestellt. Die Staubfiguren hatten hierbei eine etwas andere Form als gewöhnlich; denn der Staub fällt jetzt in den Bäuchen von beiden Seiten nach der tiefsten Stelle der Röhre. In den Bäuchen gehen die Rippen, die von beiden Seiten kommen, in einander über, dadurch liegen die Knotenpunkte jetzt in runden Löchern.

Derartige Versuche wurden mit Röhre I und III angestellt; benutzt wurde zu diesen wie zu den weiteren Versuchen immer Ton III, weil mit ihm früher die besten Resultate erzielt worden waren.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
Röhre I.				
18.8	6.976	6.747	329.4	+0.2
18.4	6.966	6.742	329.2	—
18.3	6.962	6.740	329.0	—0.2
18.1	6.965	6.745	329.3	+0.1
18.0	6.956	6.738	328.9	—0.3
17.4	6.956	6.745	329.3	+0.1
Mittelwert: v = 329.2 m. Mittlerer Fehler: 0.15 m.				
Röhre III.				
17.4	6.905	6.695	326.8	—
17.5	6.922	6.710	327.6	+0.8
17.6	6.901	6.689	326.5	—0.3
17.8	6.909	6.694	326.8	—
18.2	6.912	6.691	326.7	—0.1
18.6	6.913	6.688	326.5	—0.3
Mittelwert: v = 326.8 m. Mittlerer Fehler: 0.25 m.				

Die Verringerung der Schallgeschwindigkeit ist also recht bedeutend, wenn die Röhrenwand mit Staub überzogen ist:

ohne Staubschicht ist v=330.45 m in I und 329.57 m in III,
mit Staubschicht ist v=329.2 m in I und 326.8 m in III.

Wahrscheinlich ist auch die verhältnismässig geringe Staubmenge, die bei den andern Versuchen zum Erzeugen der Figuren gebraucht wurde, nicht ganz ohne Einfluss.

2. Ich habe nun in die Röhre I einmal eine engere Glasröhre, ein anderes Mal eine Messingstange so hineingesteckt und in einer Weise darin befestigt, dass die beiden Röhren, bezw. Glasröhre und Messingstange sich nicht berührten. In dem Zwischenraum wurden die Staubfiguren erzeugt. Die engere Glasröhre und die Messingstange hatten gleiche Dicke; sie

betrug 11.1 mm, so dass der Zwischenraum etwa 2.2 mm weit war.

Röhre I und Glasröhre.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
18.6	6.966	6.740	329.0	—
18.6	6.970	6.744	329.2	+0.2
19.1	6.968	6.736	328.9	—0.1
19.1	6.964	6.732	328.7	—0.3
19.1	6.972	6.740	329.1	+0.1

Mittelwert: v = 329.0 m. Mittlerer Fehler: 0.14 m.

Röhre I und Messingstange.

t	λ_t	λ_0	v_0	Δ
18.4	6.950	6.727	328.4	+0.2
18.7	6.952	6.726	328.3	+0.1
18.7	6.946	6.720	328.1	—0.1
18.9	6.943	6.715	327.8	—0.4
19.0	6.952	6.722	328.2	—

Mittelwert: v = 328.2 m. Mittlerer Fehler: 0.16 m.

Bei der Messingstange ist die Verzögerung wesentlich grösser (0.8 m) als bei der Glasröhre, jedenfalls wegen der grösseren Wärmeleitungsfähigkeit des Metalls.

Die Glasröhren mussten, nachdem die Luft in ihnen getrocknet war, gewöhnlich für kurze Zeit offen stehen, während der eigentliche Versuch gemacht wurde. Man könnte denken, dass dabei feuchte Luft eintreten und das Resultat fälschen würde. Um dies zu untersuchen, habe ich mit einer Röhre nach einander vier Versuche gemacht, die Luft aber nur vor dem ersten getrocknet und die Röhre dann gar nicht mehr verschlossen, so dass also die feuchte Zimmerluft eintreten konnte. Die vier Versuche nahmen eine Zeit von 45 Minuten in Anspruch; die folgende Tabelle zeigt, dass von einem merklichen Einfluss der feuchten Luft nicht die Rede sein kann.

Nr.	t	λ_t	λ_0	v_0
I	19.0	7.027	6.795	331.7
II	19.0	7.036	6.803	332.1
III	19.0	7.030	6.797	331.9
IV	19.1	7.034	6.800	332.0

VIII. Resultate und Schluss.

Die Ergebnisse meiner Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit in Röhren kann ich kurz folgendermassen zusammenfassen.

Die von Helmholtz und Kirchhoff aufgestellte Formel hat keine allgemeine Gültigkeit, wenn sie auch die Verzögerung, die der Schall in Röhren erleidet, annähernd wiedergiebt. Wie die Formel zu korrigieren ist, soll einstweilen nicht näher untersucht werden; einmal scheint mir das bis jetzt vorliegende Material kaum auszureichen, und dann ist es ganz besonders wünschenswert, dass zuerst einmal die wahre Schallgeschwindigkeit in freier Luft genau bestimmt wird. Wenn es auch an zahlreichen Bestimmungen nicht gefehlt hat, so ist man doch immer in Verlegenheit, welchen Wert man seinen Untersuchungen zu Grunde legen soll.

Die Schallgeschwindigkeit ist in einer Röhre abhängig von dem Material derselben: je rauher die Wand und je grösser die Wärmeleitung ist, um so grösser ist die Verzögerung.

Diese letzten Resultate beweisen, dass man die Konstante γ nicht aus den anderweitig gefundenen Zahlenwerten von Wärmeleitung und Reibung des

betr. Gases berechnen kann, sondern dass γ von Fall zu Fall variieren kann. Die Versuche erklären auch die Abweichungen von der Kirchhoffschen Formel, die einen Einfluss des Materials der Röhre auf die Schallgeschwindigkeit nicht berücksichtigt.

Die vorliegende Arbeit ist im Physikalischen Institut der Bonner Universität angefertigt worden. Zum Schluss will ich dem Direktor desselben, Herrn Prof. Kayser, nochmals meinen herzlichen Dank aussprechen für seine freundliche Unterstützung bei meiner Arbeit. Ich danke ferner dem Direktor der Sternwarte, Herrn Prof. Küstner für die Ueberlassung eines Chronometers und Herrn Prof. Mönnichmeyer für die liebenswürdige Unterweisung in der Methode, den Gang zweier Uhren durch Koinzidenzen zu vergleichen.

Lebenslauf.

Geboren wurde ich, Karl Josef Müller, katholischer Konfession, am 26. Oktober 1879 zu Köln als Sohn des Kaufmanns Joseph Müller. Ich besuchte nach vierjährigem Unterricht auf der Elementarschule das Apostelgymnasium in meiner Vaterstadt und verliess es Ostern 1899 mit dem Reifezeugnis. Seitdem studiere ich an der Universität Bonn Naturwissenschaften und Mathematik, und zwar habe ich mich hauptsächlich mit dem Studium der Physik beschäftigt.

Meine akademischen Lehrer waren die Professoren und Privatdozenten:

Anschütz, Baeumker, Clemen, Englert, Erdmann, Fischer, Gothein, Hagenbach, Heffter, Kayser, Kortum, Küntzel, Küstner, Laspeyres, Lipschitz, Litzmann, Ludwig, Mönnichmeyer, Neuhaeuser †, A. Pflüger, Rauff, Strasburger, Weinel, Wolff.

Ich benutze gern die Gelegenheit, ihnen allen hiermit meinen herzlichsten Dank auszusprechen.



